

Κύματα



Μηχανικά Κύματα

- ✓ η διάδοση μιας διαταραχής με ταχύτητα u μέσα σ' ένα ελαστικό μέσο **διαμήκη**
- ✓ μεταφέρεται **ενέργεια και ορμή** όχι ύλη
- ✓ τα **εγκάρσια** διαδίδονται μόνο στα στερεά
- ✓ τα **διαμήκη** διαδίδονται σε στερεά υγρά και αέρια
- ✓ ο ήχος είναι **διαμήκης μηχανικό κύμα** που διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα περίπου 340m/s
- ✓ **ώρα** συχνότητας ακουστών ήχων για τον άνθρωπο (16 Hz - 20.000Hz)



Θεμελιώδης νόμος της κυματικής

$x = v \cdot t$
 $\lambda = v \cdot T$
 $v = \lambda \cdot f$

όπου λ το μήκος κύματος και f η συχνότητα

✓ όταν το κύμα αλλάζει μέσο διάδοσης τότε μεταβάλλονται u και λ

Η εξίσωση του αρμονικού κύματος

Απλό αρμονικό
πολλά μόρια που το ένα μετά το άλλο εκτελούν α.α.τ

θεωρώ υλικό σημείο O με εξίσωση απομάκρυνσης $y_o = A \eta \mu \frac{2\pi}{T} t$ τότε η εξίσωση ενός σημείου M που απέχει από το O απόσταση x : $y = A \cdot \eta \mu \left(2\pi \frac{t}{T} - 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} \right)$ (1)

μία που η φάση του M καθυστερεί του O κατά $\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t' = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{x}{v} = \frac{2\pi x}{\lambda}$ όπου $\Delta t'$ ο χρόνος στον οποίο το κύμα διαδίδεται από το O στο M

✓ Αν το κύμα διαδίδεται αντίθετα και το σημείο O είχε αρχική φάση ϕ_o τότε $y = A \cdot \eta \mu \left(2\pi \frac{t}{T} + 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda} + \phi_o \right)$

Φάση του αρμονικού κύματος

βάση της εξίσωσης (1)

$\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ $\phi_o = 0$

$t = \text{σταθ.}$ $\phi_M = x = \text{σταθ.}$

διαφορά φάσης δύο σημείων την ίδια χρονική στιγμή
 $\Delta\phi = \phi_A - \phi_B = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_A}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_B}{\lambda} \right) = 2\pi \frac{x_B - x_A}{\lambda} = 2\pi \frac{d}{\lambda}$

✓ **συμφωνία φάσης** $y_A = y_B$ και $v_A = v_B$ όταν $\Delta\phi = 2k\pi$

✓ **αντίθεση φάσης** $y_A = -y_B$ και $v_A = -v_B$ όταν $\Delta\phi = (2k+1)\pi$

διαφορά φάσης ενός σημείου σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές
 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi \left(\frac{t_2}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 2\pi \frac{t_2 - t_1}{T} = \omega \cdot \Delta t$

Στιγμιότυπο κύματος $y=f(x)$

για $t_1 = \text{σταθ.}$ η εξίσωση του αρμονικού κύματος γράφεται:
 $y = A \cdot \eta \mu \left(\text{σταθ.} - 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$ (2)

για τη χάραξη αυτής της καμπύλης θέτουμε στη (2) διάφορες τιμές του x
 $x=0, x=\frac{\lambda}{4}, x=\frac{\lambda}{2}, \dots$

και παίρνουμε τις αντίστοιχες τιμές του y προσέχοντας το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $x \leq v \cdot t_1$

βρίσκοντας δηλ. πόσο μακριά έχει διαδοθεί το κύμα μέχρι αυτή τη στιγμή

Γραφ. παράσταση $y=f(t)$

$y_M = A \cdot \eta \mu \left(2\pi \frac{t}{T} - \text{σταθ.} \right)$

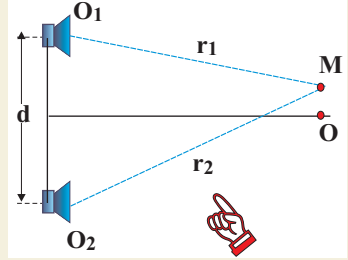
το κύμα φτάνει στο σημείο M σε χρόνο $t_1 = \frac{x_M}{v}$

προσοχή δεν είναι η εικόνα του σχοινού

Συμβολή δύο αρμονικών κυμάτων

Αρχή της επαλληλίας

2 κυμάτων σ' ένα ελαστικό μέσο $y = y_1 + y_2$



- ✓ παραβιάζεται μόνο όταν τα κύματα είναι **ισχυρά**

Μαθηματική επεξεργασία συμβολής δυο σύγχρονων πηγών

✓ οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των δύο πηγών

$$y_{o_1} = A \eta \mu \frac{2\pi}{T} t$$

$$y_{o_2} = A \eta \mu \frac{2\pi}{T} t$$

✓ οι εξισώσεις της απομάκρυνσης των κυμάτων που φτάνουν στο M

$$y_{1(M)} = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right)$$

$$y_{2(M)} = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)$$

$$y = y_1 + y_2 = A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) + A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) = \dots$$

✓ η εξίσωση της **συνισταμένης ταλάντωσης του σημείου M**

$$y_M = 2A \cdot \sigma \upsilon \nu \pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

✓ το **πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης του σημείου M**

$$A' = 2A \left| \sigma \upsilon \nu \frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \right|$$

✓ η εξίσωση της **ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου M**

$$V_M = \omega \cdot 2A \cdot \sigma \upsilon \nu \pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \cdot \sigma \upsilon \nu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

✓ η **διαφορά φάσης των δύο κυμάτων που φτάνουν στο M**

$$\Delta\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) = 2\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

ενίσχυση
 $A' = 2A \Rightarrow \left| \sigma \upsilon \nu \frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \right| = 1 \Rightarrow \pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} = k\pi \Rightarrow r_1 - r_2 = k \cdot \lambda$

απόσβεση
 $A' = 0 \Rightarrow \left| \sigma \upsilon \nu \frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \right| = 0 \Rightarrow \pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} = (2k+1) \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow r_1 - r_2 = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$
 όπου $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

✓ **ενίσχυση** έχουμε όταν η **διαφορά των δύο κυμάτων που φτάνουν στο M έχουν $\Delta\phi = 2k\pi$**

✓ **απόσβεση** έχουμε όταν η **διαφορά των δύο κυμάτων που φτάνουν στο M έχουν $\Delta\phi = (2k+1)\pi$**

✓ ο **γεωμετρικός τόπος των σημείων για τα οποία $r_1 - r_2 = \text{σταθ.}$ είναι υπερβολή**

✓ στις ασκήσεις ελέγχω αν έχουν φτάσει και τα δύο κύματα στο σημείο M

HELP όταν τα κύματα που **συμβάλλουν σ' ένα ελαστικό μέσο** έχουν την ίδια συχνότητα αλλά **διαφορετικά πλάτη** τότε το αποτέλεσμα της συμβολής είναι α.α.τ. το πλάτος της οποίας δίνεται από τη σχέση

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} + 2A_1 A_2 \sigma \upsilon \nu \Delta\phi$$

όπου $\Delta\phi$ η διαφορά φάσης των δύο κυμάτων που φτάνουν στο M (σύνθεση ταλαντώσεων)