

Μέτρηση της ροπής αδράνειας μιας ράβδου ορθογώνιας διατομής

Πείραμα

Σκοπός

Η άσκηση που προτείνεται, αποσκοπεί στο να βοηθήσει τους μαθητές να υπολογίσουν τη ροπή αδράνειας μιας ράβδου ορθογώνιας διατομής, να εξασκηθούν στη διαδικασία των μετρήσεων, να εφαρμόσουν βασικές αρχές της φυσικής για τον πειραματικό υπολογισμό της ροπής αδράνειας και να εντοπίσουν πιθανά σφάλματα στην όλη πειραματική διάταξη. Με άλλα λόγια, να παντρέψουν τη θεωρία με την πράξη. Η δραστηριότητα αυτή, παρουσιάστηκε στο περιοδικό *The Physics Teacher*¹

Απαιτούμενα όργανα και υλικά

Δύο μεταλλικές ράβδοι στήριξης μία φωτοπύλη, μία ξύλινη ράβδος, ζυγαριά (ή ζυγός τριπλής φάλαγγας), χάρακας σφικκίτες.

Θεωρία

Η ροπή αδράνειας μιας ράβδου που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το σημείο P μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

$$I = \frac{1}{3} M_1 L_1^2 + \frac{1}{3} M_2 L_2^2$$

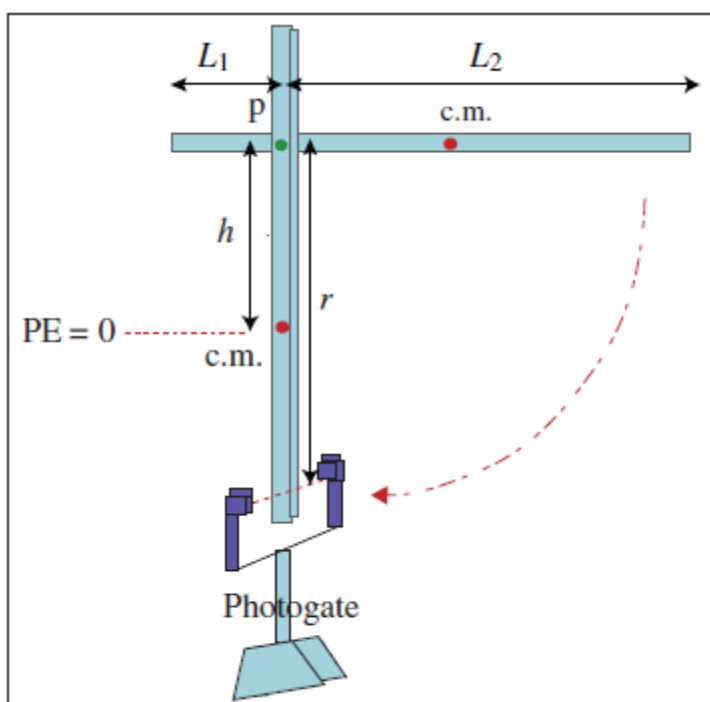


Fig. 1. Schematic experimental setup.

¹ <http://dx.doi.org/10.1119/1.2798367>

Όπου L_1 είναι η απόσταση του σημείου P από το ένα και το άλλο άκρο της ράβδου όπως φαίνεται στο σχήμα. M_1 είναι η μάζα του τμήματος της ράβδου με μήκος L_1 και M_2 η μάζα του υπόλοιπου τμήματος της ράβδου.

Αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχουν τριβές καθώς η ράβδος αφήνεται από την οριζόντια θέση σύμφωνα με τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας θα ισχύει:

$Mgh = \frac{1}{2} I \omega^2$ όπου h είναι η απόσταση του κέντρου μάζας της ράβδου από το σημείο P, M η μάζα της ράβδου και ω η γωνιακή ταχύτητα αυτής όταν περνάει από την κατακόρυφη θέση. Κάθε σημείο της ράβδου έχει γραμμική ταχύτητα v το μέτρο της οποίας προσδιορίζεται από τη σχέση:

$v = \omega \cdot r$ όπου r η απόσταση του σημείου από το P.

Διαδικασία

Αναρτάμε τη ράβδο όπως φαίνεται στο σχήμα, αφού πρώτα τη ζυγίσουμε και μετρήσουμε τις αποστάσεις L_1 και L_2 . Από τις παρακάτω σχέσεις υπολογίζουμε τις μάζες M_1 και M_2 :

$$M_1 = \frac{M}{L} L_1 \text{ και } M_2 = \frac{M}{L} L_2$$

Αφήνουμε τη ράβδο από την οριζόντια θέση και καθώς περνά από τη φωτοπύλη (η οποία είναι ενεργοποιημένη σε διαδικασία F1) μετρούμε το χρόνο διέλευσης Δt , αυτής. Γνωρίζοντας το πάχος d της ράβδου μπορούμε να υπολογίσουμε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου της ράβδου που φωτίζεται από τη δέσμη της φωτοπύλης σύμφωνα με τη σχέση:

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

Αποτελέσματα και σχόλια

Οι τιμές που μετρήσαμε είναι κατά τη διαδικασία του πειράματος είναι:

$$M = 0,2768kg$$

$$L = 0,6m$$

$$L_1 = 0,1m$$

$$M_1 = \frac{M}{L} L_1 = 0,0461kg$$

$$M_2 = \frac{M}{L} L_2 = 0,2307kg$$

$$r = 49,5cm$$

$$d = 3,5cm$$

$$h = 0,2m$$

Η θεωρητική και πειραματική τιμή της ροπής αδράνειας εφαρμόζοντας τα παραπάνω υπολογίστηκαν:

$$I_{\text{θεωρητική}} = \frac{1}{3} M_1 L_1^2 + \frac{1}{3} M_2 L_2^2 = 0,020768kg \cdot m^2$$

$$I_{\text{πειραματική}} = \frac{2Mgh}{\omega^2} = 0,02483kg \cdot m^2$$

Η πειραματική τιμή είναι αρκετά μεγαλύτερη από τη θεωρητική μια που δεχτήκαμε ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας λόγω τριβών, κάτι βέβαια που δεν είναι σωστό.

Για να εκτιμήσουμε την ενέργεια που χάνεται λόγω τριβών φέρνουμε τη ράβδο πάλι σε οριζόντια θέση και προσπαθούμε να προσδιορίσουμε πόσο κάτω από την αρχική του θέση φτάνει το κέντρο μάζας της ράβδου καθώς αυτή κινείται από την αντίθετη πλευρά.

Κατά τη πειραματική διαδικασία βρέθηκε ότι το κέντρο μάζας έφτασε περίπου $h_1 = 4cm$ πιο κάτω από την αρχική του θέση. Θεωρώντας ότι καθώς η ράβδος κατεβαίνει από την οριζόντια στην κατακόρυφη θέση η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα είναι η μισή της συνολικής; (δηλ. $0,02Mg$) υπολογίσαμε ότι η πειραματική τιμή της ροπής αδράνειας είναι $I_{\text{πειραματική}} = 0,02234kg \cdot m^2$ που δίνει ένα σφάλμα περίπου 7%.

Φύλλο υπολογισμών και αποτελεσμάτων:

$$M = \dots\dots$$

$$L = \dots\dots$$

$$L_1 = \dots\dots$$

$$M_1 = \frac{M}{L} L_1 = \dots\dots\dots$$

$$M_2 = \frac{M}{L} L_2 = \dots\dots\dots$$

$$r = \dots\dots\dots$$

$$d = \dots\dots\dots$$

$$h = \dots\dots\dots$$

$$\Delta t = \dots\dots\dots$$

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \dots\dots\dots$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \dots\dots\dots$$

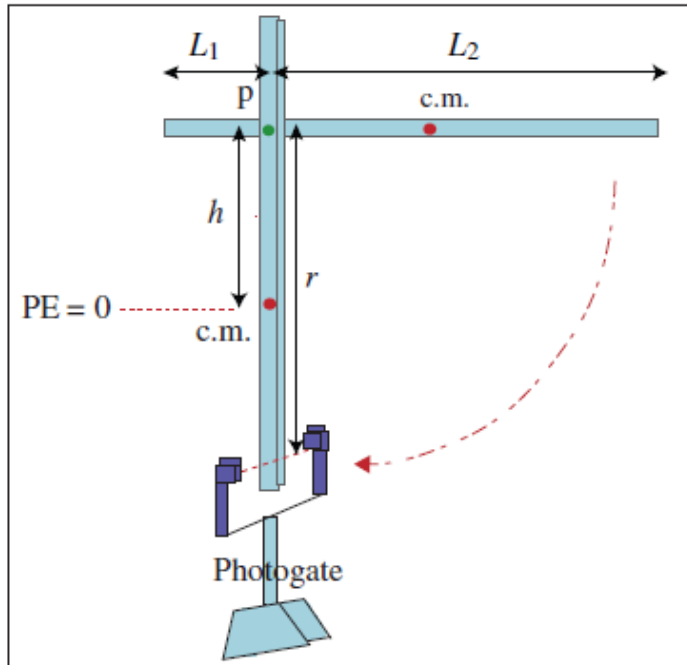


Fig. 1. Schematic experimental setup.

$$I_{\text{θεωρητική}} = \frac{1}{3} M_1 L_1^2 + \frac{1}{3} M_2 L_2^2 = \dots\dots\dots$$

$$I_{\text{πειραματική}} = \frac{2Mgh}{\omega^2} = \dots\dots\dots$$

Πειραματική τιμή λαμβάνοντας υπόψη και τη θερμότητα λόγω τριβών:

$$I'_{\text{πειραματική}} = \frac{2 \left(Mgh - \frac{Mgh_1}{2} \right)}{\omega^2} = \frac{2Mg \left(h - \frac{h_1}{2} \right)}{\omega^2} = \dots\dots\dots$$

Υπολογισμός σφάλματος(%):

$$\sigma(\%) = \frac{I'_{\text{πειραματική}} - I_{\text{θεωρητική}}}{I_{\text{θεωρητική}}} = \dots\dots\dots$$

Σχολιασμός αποτελεσμάτων:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....